Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS PHOTOGRAPHIE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS Photographie

Mathématiques

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB2** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **1,5 pour Conception et industrialisation en microtechniques ; 2 pour Électrotechnique**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Modélisation du freinage d'un chariot et étude de sa vitesse (12 questions) **Page 3**

2. Transformées de Laplace d'un système électrique entrée-sortie (9 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsphoto.fr/assets/annales/bts-photographie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Photographie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 2-Sujet.pdf

1. Modélisation du freinage d'un chariot et étude de sa vitesse

Un chariot de fête foraine, lancé à 20 m·s⁻¹, est ralenti par un système de freinage et sa vitesse f(t) est étudiée au cours du temps. Les questions portent sur une équation différentielle, les variations et la limite de f, la distance parcourue, un développement limité et la tangente à la courbe.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l'équation différentielle homogène (E₀) : y' + 0,8y = 0 sur l'intervalle considéré.

L'équation homogène s'écrit $y' = -0,8y$. La formule fournie donne, pour une équation de la forme $y' + ay = 0$, les solutions $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle. Ici, $a = 0,8$: on remplace donc directement a dans cette expression. Ces solutions sont définies et dérivables sur $[0;+\infty[$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$$\boxed{y(t) = ke^{-0,8t}, \quad k \in \mathbb{R}}$$

Question 1. b. Pour g(t) = 5, vérifier que g est solution de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

La fonction $g(t) = 5$ est constante, donc sa dérivée est nulle : $g'(t) = 0$. On substitue alors g et sa dérivée dans le membre de gauche de l'équation différentielle. On obtient $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$, égal au membre de droite. L'égalité est vérifiée pour tout t, ce qui prouve que g est solution de (E).

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$g(t) = 5$ est une solution de (E).

Question 1. c. Déduire des solutions de (E₀) et de la solution particulière g l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

On connaît une solution particulière de (E), la fonction constante $g(t) = 5$, et les solutions de l'équation homogène associée : $ke^{-0,8t}$. Toute solution de l'équation avec second membre s'obtient en ajoutant à la solution particulière une solution de l'équation homogène. Le paramètre k peut être n'importe quel réel.

On réunit ainsi toutes les solutions de (E) dans une seule expression.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$$\boxed{y(t) = ke^{-0,8t} + 5, \quad k \in \mathbb{R}}$$

Question 2. Déterminer la solution f de l'équation (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

La solution générale trouvée à la question précédente est $y(t) = ke^{-0,8t} + 5$. À l'instant initial, $e^{-0,8\times 0} = 1$, donc la condition $f(0) = 20$ donne $k + 5 = 20$. On en déduit $k = 15$, puis on remplace cette constante dans l'expression générale pour obtenir la fonction vitesse recherchée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\boxed{f(t) = 15e^{-0,8t} + 5}$

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. À partir de f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ vaut 5.

Dans $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, lorsque t tend vers $+\infty$, l'exposant $-0,8t$ tend vers $-\infty$. L'exponentielle correspondante tend donc vers 0, et son produit par 15 tend également vers 0. Le terme constant reste égal à 5 : la limite de la somme est ainsi égale à 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 5.$

Question 1. b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote, puis en donner une équation.

La fonction f tend vers la valeur finie 5 lorsque t tend vers $+\infty$. Par définition, la courbe représentative de f se rapproche alors d'une droite horizontale dont l'ordonnée est cette limite. L'asymptote est donc horizontale, et son équation s'obtient en prenant cette valeur limite comme ordonnée constante.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $\boxed{y = 5}$.

Question 2. Sachant que f'(t) = −12e$^{-0,8t}$ sur [0 ; +∞[, dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.

Pour tout $t \geq 0$, l'exponentielle est strictement positive. Ainsi, $f'(t) = -12e^{-0,8t} < 0$ sur l'intervalle : f y est strictement décroissante. Elle part de $f(0) = 20$ et tend vers 5 lorsque t tend vers $+\infty$. Le tableau de variation est donc :

t	**0**	$+\infty$
$f'(t)$		$-$
$f(t)$	20	$\searrow 5$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f décroît strictement de 20 vers 5.

Question 3. Déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

Pour décider si le chariot s'arrête, il faut vérifier si sa vitesse peut devenir nulle. Or, pour tout $t \geq 0$, l'exponentielle $e^{-0,8t}$ est strictement positive. Par conséquent :

- $15e^{-0,8t} > 0$, donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$;
- la vitesse tend vers 5 m·s⁻¹, mais ne s'annule jamais.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non : la vitesse reste supérieure à 5 m·s⁻¹ et ne s'annule jamais.

Question 4. a. Pour F(t) = −18,75e$^{-0,8t}$ + 5t, vérifier que F est une primitive de f sur [0 ; +∞[.

On dérive chaque terme de $F(t) = -18,75e^{-0,8t} + 5t$. Par la règle de dérivation de l'exponentielle composée, $F'(t) = (-18,75)(-0,8)e^{-0,8t} + 5$. Le coefficient du terme exponentiel vaut 15, donc $F'(t) = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. La dérivée de F étant f, F est bien une primitive sur l'intervalle considéré.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. En utilisant l'intégrale de f entre deux instants pour exprimer la distance parcourue, calculer la distance exacte parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.

La distance entre 0 et 1 seconde est l'intégrale de la vitesse, donc $d = F(1) - F(0)$. Avec la primitive donnée, $F(1) = -18,75e^{-0,8} + 5$ et $F(0) = -18,75$. La différence donne la valeur exacte. Son évaluation décimale, arrondie au centimètre comme demandé, fournit la distance parcourue.

Le résultat est positif, conformément à une distance parcourue sur cet intervalle.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\boxed{d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}\ \text{m} \approx 15,33\ \text{m}}$

Partie C - Étude locale

Question 1. Choisir, parmi les propositions, le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Le logiciel indique la partie régulière $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. Pour un développement limité à l'ordre 2, le reste doit s'écrire $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$. Il faut donc choisir la proposition qui conserve les trois termes affichés et ajoute un reste de cette forme, et non un simple $\varepsilon(t)$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$\boxed{20 - 12t + 4,8t^2 + t^2\varepsilon(t), \quad \varepsilon(t) \to 0}$

Question 2. Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.

La tangente à la courbe au point d'abscisse 0 a pour équation $y = f(0) + f'(0)t$. On sait que $f(0) = 20$. En utilisant la dérivée donnée, $f'(0) = -12e^0 = -12$. Le point de tangence est donc $(0; 20)$, et le coefficient directeur de la tangente vaut -12.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$\boxed{y = 20 - 12t}$

2. Transformées de Laplace d'un système électrique entrée-sortie

Un système électrique causal reçoit le signal e(t) = 2U(t) − U(t − 1) et produit le signal de sortie s(t), avec la fonction de transfert H(p) = 1/(p + 1). L'exercice demande de tracer le signal d'entrée, de calculer et inverser des transformées de Laplace, puis d'étudier et de représenter le signal de sortie.

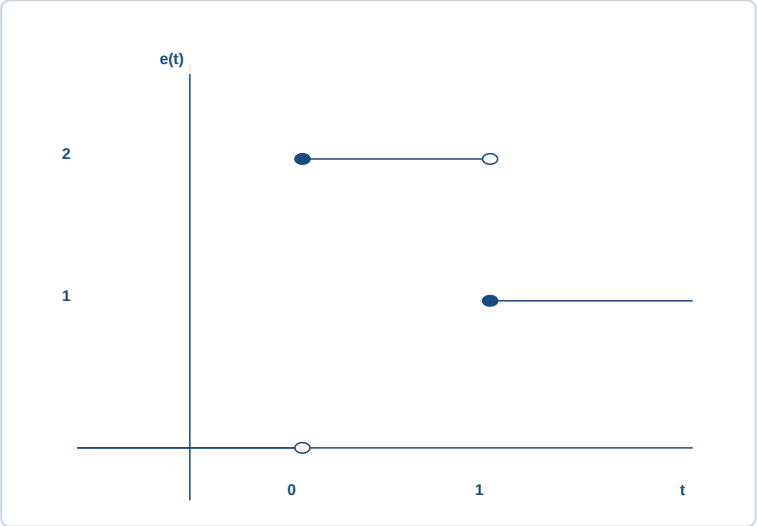
Partie A - Signal d'entrée

Question 1. Sur le document-réponse à rendre avec la copie, tracer la courbe représentative de la fonction e(t).

Intervalle	Valeur de e(t)
t < 0	0
0 ≤ t < 1	2
t ≥ 1	1

La courbe est constituée de segments horizontaux. Comme U(0) = 1, e(0) = 2 et e(1) = 1 : ces deux points sont pleins. Les valeurs non prises aux sauts sont représentées par des points ouverts.

Signal d'entrée e(t)



✓ RÉPONSE À RETENIR

e(t) vaut 0 avant 0, 2 de 0 inclus à 1 exclu, puis 1 à partir de 1 inclus.

Question 2. Déterminer la transformée de Laplace E(p) du signal d'entrée.

La transformée de Laplace de U(t) est 1/p. Par linéarité, celle de 2U(t) est donc 2/p. La formule de translation donne pour U(t − 1) la transformée e^{-p}/p. En appliquant la différence définissant e(t), on obtient E(p) = 2/p − e^{-p}/p.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La transformée de Laplace du signal d'entrée est $E(p) = 2/p - e^{-p}/p$.

Partie B - Signal de sortie

Question 1. Démontrer que $S(p) = 2/[p(p + 1)] - [1/[p(p + 1)]]e^{-p}$.

1. La relation entrée-sortie donne $S(p) = H(p)E(p)$.
2. En utilisant $H(p) = 1/(p + 1)$ et $E(p) = 2/p - e^{-p}/p$, on obtient $S(p) = (1/(p + 1))(2/p - e^{-p}/p)$.

En distribuant le facteur $1/(p + 1)$, on retrouve l'expression demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S(p) = 2/[p(p + 1)] - e^{-p}/[p(p + 1)]$.

Question 2. Vérifier que $1/[p(p + 1)] = 1/p - 1/(p + 1)$.

En réduisant au même dénominateur, le membre de droite devient $[(p + 1) - p]/[p(p + 1)]$. Le numérateur se simplifie en 1. On obtient ainsi exactement le membre de gauche, ce qui vérifie la décomposition en éléments simples utile pour les transformées inverses.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1/[p(p + 1)] = 1/p - 1/(p + 1)$.

Question 3. Donner les transformées inverses de Laplace de $1/p$, de $1/(p + 1)$, de $(1/p)e^{-p}$ et de $[1/(p + 1)]e^{-p}$.

Les transformées usuelles donnent les inverses des deux premières fractions. Pour les deux dernières, le facteur e^{-p} applique un retard d'une unité : le signal initial est nul avant $t = 1$, puis prend sa valeur retardée.

- $1/p$ donne $U(t)$.
- $1/(p + 1)$ donne $e^{-t}U(t)$.
- e^{-p}/p donne $U(t - 1)$.
- $e^{-p}/(p + 1)$ donne $e^{-(t - 1)}U(t - 1)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Dans l'ordre : $U(t)$, $e^{-t}U(t)$, $U(t - 1)$, puis $e^{-(t - 1)}U(t - 1)$.

Question 4. Déduire l'expression de s(t) sur l'intervalle [0 ; 1[.

La décomposition de la question 2 donne $S(p) = 2/[p(p + 1)] - e^{-p}/[p(p + 1)]$. Sur [0 ; 1[, le terme retardé est nul. Avec $1/[p(p + 1)] = 1/p - 1/(p + 1)$, l'inverse du premier terme vaut $2(U(t) - e^{-t}U(t))$. Sur cet intervalle, $U(t) = 1$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour $0 \leq t < 1$, $s(t) = 2(1 - e^{-t})$.

Question 5. a. Sachant que $s(t) = (e - 2)e^{-t} + 1$ sur [1 ; +∞[, calculer s(1), d'abord sous forme exacte puis en donnant une valeur approchée au dixième.

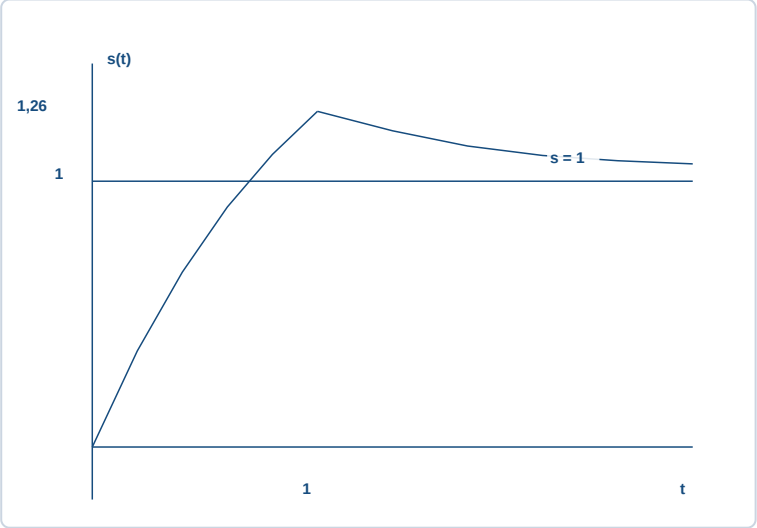
À t = 1, la formule donnée pour $t \geq 1$ conduit à $s(1) = (e - 2)e^{-1} + 1$. En simplifiant, $s(1) = 2 - 2/e$. Numériquement, cette valeur est 1,2642… ; arrondie au dixième, elle vaut 1,3.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Valeur exacte : $s(1) = 2 - 2/e$. Valeur arrondie au dixième : 1,3.

Question 5. b. Sur le document-réponse à rendre avec la copie, compléter la courbe représentative de la fonction s.

Sur [0 ; 1[, $s(t) = 2(1 - e^{-t})$: la courbe part de (0 ; 0) et croît jusqu'à $s(1) = 2 - 2/e$. Pour $t \geq 1$, $s(t) = 1 + (e - 2)e^{-t}$: elle décroît ensuite vers 1, sans atteindre cette asymptote. Les deux expressions coïncident en t = 1.

Courbe du signal de sortie s(t)



> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La courbe croît de (0 ; 0) à (1 ; 2 − 2/e), puis décroît vers l'asymptote horizontale s = 1.

Question 5. c. Donner la limite de la fonction s(t) lorsque t tend vers +∞.

Pour $t \geq 1$, on a $s(t) = 1 + (e - 2)e^{-t}$. Lorsque t tend vers +∞, e^{-t} tend vers 0 ; le terme exponentiel tend donc vers 0. La fonction s tend alors vers la constante 1, qui est l'asymptote horizontale de sa courbe en +∞.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> La limite de s(t) lorsque t tend vers +∞ est 1.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS PHOTOGRAPHIE

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS, session 2022, porte le code 22MATGRB2 et dure 2 heures. Le coefficient est de 1,5 en Conception et industrialisation en microtechniques et de 2 en Électrotechnique. Elle étudie le freinage d'un chariot et la réponse d'un système électrique, évaluant équations différentielles, étude de fonctions, intégrales, développement limité et transformées de Laplace.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- La solution générale d'une équation différentielle linéaire est la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène associée.
- Si f(t) tend vers une limite finie L lorsque t tend vers +∞, sa courbe admet l'asymptote horizontale d'équation y = L.
- La distance parcourue entre deux instants est l'intégrale de la vitesse sur l'intervalle correspondant.
- En transformée de Laplace, un retard f(t − a)U(t − a) correspond à $F(p)e^{-ap}$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Appliquer la condition initiale après avoir déterminé l'ensemble des solutions de l'équation différentielle.
- Pour conclure sur l'arrêt du chariot, vérifier si la vitesse atteint zéro, et pas seulement si elle décroît.
- Calculer la distance avec une primitive évaluée aux deux bornes et arrondir au centimètre à la fin.
- Pour les signaux retardés, appliquer le facteur exponentiel correspondant et respecter les intervalles indiqués.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la solution de l'équation différentielle avec une condition initiale ?

On détermine d'abord la solution générale en ajoutant une solution particulière aux solutions de l'équation homogène. On applique ensuite la condition initiale pour calculer la constante et obtenir la fonction f demandée.

Q : Comment retrouver l'expression temporelle d'un signal à partir de sa transformée de Laplace ?

On décompose d'abord la transformée en termes simples, puis on utilise les correspondances du formulaire. Pour un terme retardé, on applique la propriété de translation et l'échelon unité afin de préciser les intervalles de validité.

Q : Combien de temps dure l'épreuve et comment les points sont-ils répartis ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points chacun. Le premier étudie le freinage d'un chariot et le second un système électrique à l'aide des transformées de Laplace.

Q : Quelles présentations et précisions sont attendues dans les réponses ?

Le sujet demande notamment un tableau de variation, une équation d'asymptote, des valeurs exactes puis arrondies, un choix unique pour le QCM et des tracés sur le document-réponse. La calculatrice est autorisée dans les conditions précisées.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsphoto.fr/assets/annales/bts-photographie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Photographie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 2-Sujet.pdf
Ressources BTS Photographie : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.