Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS PHOTOGRAPHIE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS Photographie

Mathématiques

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour la plupart des spécialités, 3 pour Traitement des matériaux**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d’un chariot et étude d’une fonction (12 questions) **Page 3**

2. Défauts, durée de vie et conformité de produits (9 questions) **Page 6**

3. Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 9**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsphoto.fr/assets/annales/bts-photographie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Photographie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d’un chariot et étude d’une fonction

Un chariot de fête foraine, lancé à 20 m/s, est ralenti par un système de freinage et sa vitesse est modélisée en fonction du temps. L’exercice étudie l’équation différentielle du modèle, les variations et les applications de la fonction vitesse, puis son développement limité et la tangente en zéro.

Partie A - Résolution d’une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l’équation différentielle homogène (E_0) : y′ + 0,8y = 0.

La formule donnée pour $y' + ay = 0$ s’applique avec $a = 0,8$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. Soit g la fonction définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est une solution de l’équation différentielle (E) : y′ + 0,8y = 4.

Comme $g(t) = 5$ est constante, $g'(t) = 0$. Ainsi, $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$: g est bien solution de (E).

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g(t) = 5$ est une solution de (E).

Question 1. c. Déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (E) : y′ + 0,8y = 4.

Les solutions de (E) s’obtiennent en ajoutant la solution particulière $g(t) = 5$ aux solutions de l’équation homogène (E_0).

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{-0,8t} + 5$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de l’équation (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

Une solution générale est $f(t) = Ce^{-0,8t} + 5$. La condition initiale donne $f(0) = C + 5 = 20$, donc $C = 20 - 5 = 15$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Démontrer que la limite de f(t), lorsque t tend vers +∞, est égale à 5.

Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0,8t} \to 0$. Par conséquent, $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 \to 15 \times 0 + 5 = 5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. En déduire que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ étant égale à 5, la courbe C admet une asymptote horizontale d'équation $y = 5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. À partir de l'expression donnée de f'(t), dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

t	**0**	$+\infty$
Signe de $f'(t) = -12e^{-0,8t}$	$-$	
Variation de f	20	$\searrow 5$

Comme l'exponentielle est positive, $f'(t) < 0$ sur $[0; +\infty[$: f est strictement décroissante.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Le système de freinage permet-il au chariot de s'arrêter ?

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$. La vitesse ne s'annule jamais dans ce modèle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : le chariot ne s'arrête pas selon le modèle, car $f(t) > 5$ pour tout $t \geq 0$.

Question 4. a. **Vérifier que la fonction F définie sur [0 ; +∞[par F(t) = −18,75e^(−0,8t) + 5t est une primitive de f.**

$F'(t) = (-18,75)(-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. La dérivée de F est donc bien f.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$: F est une primitive de f.

Question 4. b. **La distance d parcourue entre les instants t_0 et t_1 est donnée par l'intégrale de f entre ces instants. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance est $F(1) - F(0)$. On obtient $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit environ $15,3251$ m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit $15,33$ m au centimètre près.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Parmi les expressions proposées, recopier celle qui donne le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

Le développement limité doit avoir un reste de la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$. C'est la troisième proposition qui respecte cette forme et les coefficients affichés.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente en 0 est $y = f(0) + f'(0)t$. Or $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12$, d'où l'équation demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 12t$.

2. Défauts, durée de vie et conformité de produits

Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers, avec des taux de production et de défaut différents, et l'on étudie aussi leur durée de fonctionnement. La dernière partie porte sur la proportion de rivets conformes utilisés pour fixer ces tubes et sur son estimation à partir d'un échantillon.

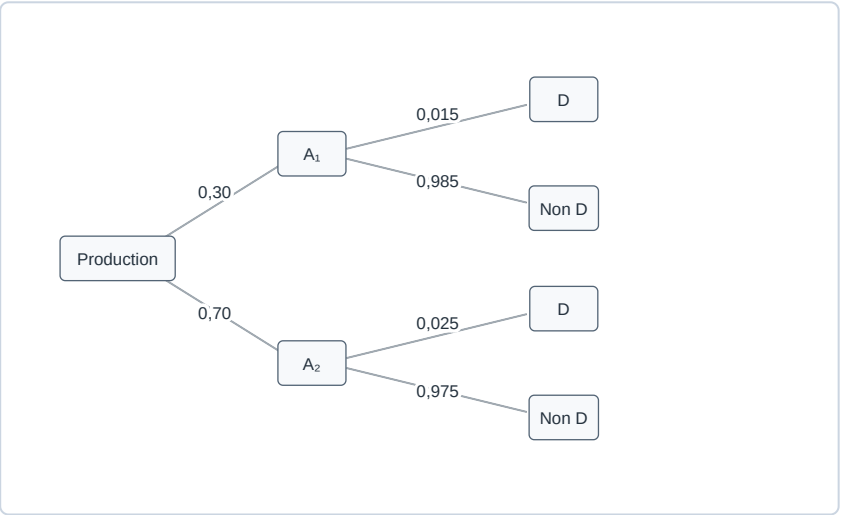
Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la situation de production des deux ateliers et les probabilités conditionnelles de défaut.

On branche d'abord selon l'atelier, puis selon la présence ou l'absence de défaut. Les probabilités conditionnelles sont inscrites sur les branches issues de chaque atelier.

1. Atelier 1 : 0,30 ; défaut : 0,015 ; sans défaut : 0,985.
2. Atelier 2 : 0,70 ; défaut : 0,025 ; sans défaut : 0,975.

Production et défauts des tubes



A_1 : atelier 1 ; A_2 : atelier 2 ; D : tube défectueux.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Arbre pondéré complété dans le schéma.

Question 2. Calculer la probabilité $P(A_1 \cap D)$, où A_1 désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

Pour que le tube provienne de l'atelier 1 et soit défectueux, on multiplie la probabilité de l'atelier 1 par le taux de défaut de cet atelier : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit $0,45\,\%$.

Question 3. Montrer que la probabilité qu'un tube prélevé au hasard présente un défaut est P(D) = 0,0195, valeur imprimée dans l'énoncé.

Les deux ateliers couvrent toute la production. La formule des probabilités totales donne :

$$P(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,022.$$

Le calcul à partir des taux indiqués conduit donc à 0,022. La correction manuscrite visible sur la page remplace bien la valeur imprimée 0,0195.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,022$.

Question 4. Sachant que le tube ne présente pas de défaut, déterminer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

On calcule la probabilité conditionnelle de provenir de l'atelier 2 sachant que le tube n'a pas de défaut :

1. Atelier 2 et sans défaut : $0,70 \times 0,975 = 0,6825$.
2. Tube sans défaut : $1 - 0,022 = 0,978$.
3. Donc $P(A_2 \mid \overline{D}) = 0,6825/0,978 \approx 0,698$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit $69,8\,\%$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. La durée de bon fonctionnement T d'un tube suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.

Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,001$, l'espérance vaut $E(T) = 1/\lambda = 1/0,001 = 1\,000$ heures. Elle représente la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes, et non la durée garantie pour chaque tube.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 1\,000$ heures.

Question 2. Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement du tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.

La fonction de répartition est $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Pour 8 000 heures :

1. $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,001 \times 8\,000} \approx 0,99966$.

2. Arrondie au centième, cette probabilité vaut 1,00.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 1,00$.

Question 3. Calculer, en arrondissant au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement du tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.

Pour une loi exponentielle, $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Ainsi, $P(T > 10\,000) = e^{-0,001 \times 10\,000} = e^{-10} \approx 0,0000454$. À deux décimales, le résultat est 0,00.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0,00$ au centième.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Sur un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue est la fréquence observée dans l'échantillon :

$$\hat{p} = \frac{975}{1\,000} = 0,975.$$

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\hat{p} = 0,975$, soit $97,5\,\%$.

Question 2. En utilisant la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance centré sur la fréquence observée pour la proportion p au niveau de confiance de 95 %. Arrondir les bornes de l'intervalle au millième.

Avec $f = 0,975$ et $n = 1\,000$, la marge est $1,96\sqrt{0,975 \times 0,025/1\,000} \approx 0,009677$. On obtient les bornes suivantes :

1. $0,975 - 0,009677 \approx 0,965$.
2. $0,975 + 0,009677 \approx 0,985$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0,965\ ;\ 0,985]$.

SYNTHÈSE DE L'ÉPREUVE & RÉFÉRENTIEL • BTS PHOTOGRAPHIE

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Sujet de mathématiques du BTS, session 2022, code 22MATGRB1, d'une durée de 2 heures. Le coefficient est de 2 pour la plupart des spécialités et de 3 pour Traitement des matériaux. Deux exercices portent sur le freinage d'un chariot et la production de tubes fluorescents, évaluant équations différentielles, fonctions, probabilités, loi exponentielle et estimation d'une proportion.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' + ay = b$, la solution générale est la somme d'une solution particulière et des solutions de l'équation homogène.
- Si $f(t)$ tend vers L lorsque t tend vers $+\infty$, la courbe de f admet l'asymptote horizontale $y = L$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.
- L'intervalle fourni à 95 % est $f \pm 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}$, où f est la fréquence observée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Appliquer la condition initiale après avoir déterminé la solution générale de l'équation différentielle.
- Dans l'arbre, distinguer les proportions produites par chaque atelier des taux de défaut conditionnels.
- Pour une probabilité de durée, distinguer les événements $T \leq t$ et $T > t$ et choisir la formule correspondante.
- Contrôler la cohérence des données avant de conclure : les taux des deux ateliers donnent une probabilité totale de défaut de 0,022, alors que la valeur imprimée à la question 3 est 0,0195.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle du modèle de vitesse ?

Résoudre d'abord l'équation homogène $y' + 0{,}8y = 0$, puis ajouter une solution particulière de l'équation complète. La condition $f(0) = 20$ permet ensuite de déterminer la constante de la solution.

Q : Comment calculer la probabilité qu'un tube sans défaut provienne de l'atelier 2 ?

Utiliser la probabilité conditionnelle $P(A_2 \mid \text{non D}) = P(A_2 \cap \text{non D}) / P(\text{non D})$. Le numérateur combine la part de production de l'atelier 2 et la probabilité qu'un tube de cet atelier soit sans défaut.

Q : Quelle est la durée et comment l'épreuve est-elle organisée ?

L'épreuve dure 2 heures et comporte deux exercices de 10 points chacun. Le premier étudie le freinage d'un chariot ; le second traite des défauts, de la durée de vie de tubes fluorescents et de la conformité de rivets.

Q : Quelle valeur faut-il retenir pour la probabilité totale de défaut à la question 3 ?

Les données indiquent 30 % de production à 1,5 % de défauts et 70 % à 2,5 %, soit une probabilité totale de 0,022. La page porte toutefois la valeur imprimée 0,0195, incohérente avec ces données.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsphoto.fr/assets/annales/bts-photographie/E2 - Mathématiques/2022/BTS Photographie - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Photographie : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.