Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS PHOTOGRAPHIE • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

BTS Photographie

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsphoto.fr/assets/annales/bts-photographie/E2 - Mathématiques/2018/BTS Photographie - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d’un train à très haute vitesse et calcul de l’aire d’une pièce

Un projet de train à propulsion électromagnétique impose au wagon d’atteindre 400 km/h en moins de deux minutes. L’étude utilise une équation différentielle et une fonction de distance, puis examine ses variations, la vitesse du wagon et l’aire d’une pièce destinée à une gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' − 0,2y = 0.

Pour $y' - 0,2y = 0$, on applique la formule $y(t) = Ce^{-at}$ avec $a = -0,2$. Les solutions sont donc définies sur $[0, +\infty[$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{0,2t}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie par g(t) = −15t − 75 est une solution de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. Alors $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. Cette égalité vérifie l’équation différentielle pour tout $t \in [0, 3]$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> g est une solution de l’équation différentielle.

Question 3°. Déduire de la solution particulière donnée l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t.

Les solutions de l’équation complète s’obtiennent en ajoutant à la solution particulière $g(t) = -15t - 75$ les solutions $Ce^{0,2t}$ de l’équation homogène associée.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = Ce^{0,2t} - 15t - 75$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l’équation différentielle vérifiant la condition initiale f(0) = 0.

Dans la solution générale, la condition $f(0) = 0$ donne $C - 75 = 0$, donc $C = 75$. En remplaçant cette constante et en regroupant les termes, on obtient la fonction demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression admise de f'(t), résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

$f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$, donc à $t \geq 0$. Sur l'intervalle étudié, l'inégalité est vérifiée partout, avec égalité en $t = 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ sur $[0, 3]$, avec égalité pour $t = 0$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée est positive sur $[0, 3]$, sauf nulle en 0 : la fonction est donc croissante. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

t	**0**	$]0, 3]$	**3**
$f'(t)$	0	+	
$f(t)$	0	croissante	$16,659$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est croissante de 0 à environ $16,659$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

Au bout d'une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,6052$ km. L'arrondi au dixième donne la distance parcourue depuis le départ.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(1) \approx 1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que f'(t) correspond à la vitesse en kilomètres par minute, déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes et arrondir le résultat au dixième.

La vitesse à $t = 2$ est $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,3774$ kilomètres par minute. On arrondit au dixième comme demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> À $t = 2$, la vitesse est d'environ $7,4$ km/min.

Question 3° b). Indiquer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

À deux minutes, la vitesse vaut $15(e^{0,4} - 1) \times 60 \approx 442,6$ km/h. La vitesse augmente continûment depuis 0, donc le seuil de 400 km/h est franchi avant deux minutes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, l'objectif est atteint : 400 km/h est dépassé avant deux minutes.

Question 4°. Choisir, parmi les propositions, l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

La troisième proposition a pour pente $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et pour terme constant $45e^{0,4} - 75$. C'est l'équation de la tangente au point d'abscisse 2.

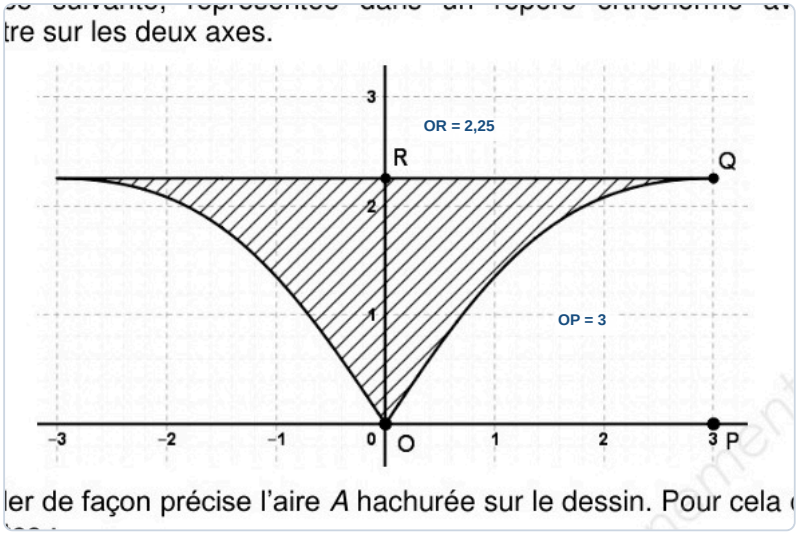
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir l'aire, en unités d'aire, du rectangle OPQR représenté sur le schéma. Une seule réponse est exacte.

Le rectangle OPQR a pour largeur 3, de l'axe des ordonnées à l'abscisse 3, et pour hauteur $2,25$, selon la droite supérieure $y = 2,25$. Son aire est le produit de ces dimensions.

Dimensions du rectangle OPQR



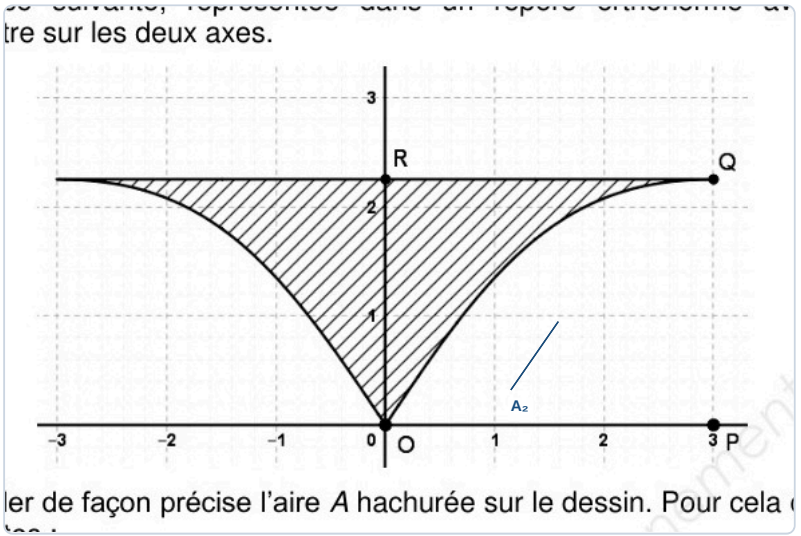
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_1 = 3 \times 2,25 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire de la région limitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3, en exploitant la primitive fournie.

La fonction g est positive sur $[0, 3]$. L'aire recherchée est donc $A_2 = \int_0^3 g(x)\,dx$. Avec la primitive fournie, $A_2 = \frac{27}{4}[\ln(x^2+9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln 2$.

Région A_2 sous la courbe



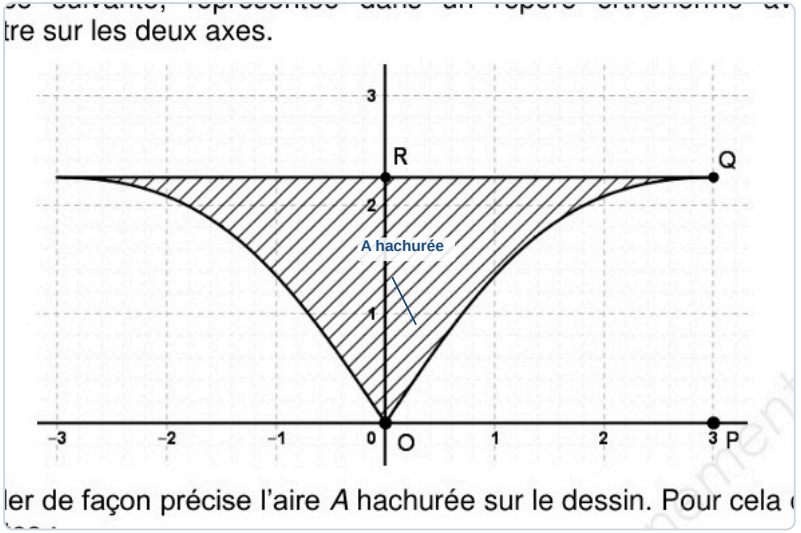
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A de la pièce et arrondir le résultat au millième.

Le bord supérieur et la symétrie donnent un rectangle de largeur 6 et de hauteur $2,25$, soit $13,5$ u. a. L'aire sous la courbe est A_2 de chaque côté de l'axe des ordonnées. Ainsi, $A = 13,5 - 2A_2 = 13,5 - \frac{27}{2}\ln 2$.

Aire hachurée A



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A \approx 4,143$ u. a.

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence programmée des smartphones

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle dans une population de smartphones, puis la réparabilité d'un lot de modèles A et une affirmation concernant la marque B. Les questions portent sur des probabilités conditionnelles, une loi binomiale, un algorithme et un test d'hypothèse bilatéral.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des informations de l'énoncé concernant les deux types d'obsolescence dans une population de 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisés.

Smartphones	Obsolescence logicielle	Sans obsolescence logicielle	Total
Obsolescence technique	2	4	6
Sans obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Les 12,5 % de 16 smartphones touchés par l'obsolescence logicielle donnent 2 smartphones touchés par les deux types. Les autres cases se déduisent des totaux.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases intérieures : 2, 4, 14 et 180. Totaux des lignes : 6 et 194 ; totaux des colonnes : 16 et 184.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique et L l'obsolescence logicielle.

Les proportions de smartphones touchés par les obsolescences technique et logicielle sont respectivement 3 % et 8 %. L'énoncé précise que, parmi les smartphones touchés par l'obsolescence logicielle, 12,5 % sont aussi touchés techniquement. Ce sont directement les probabilités demandées.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0,03$, $P(L) = 0,08$ et $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle.

On utilise la probabilité conditionnelle donnée dans l'énoncé : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0,08 \times 0,125 = 0,01$. L'intersection correspond aux smartphones touchés simultanément par les deux types d'obsolescence.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0,010$.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins un des deux types d'obsolescence.

La probabilité d'être touché par au moins un type d'obsolescence est la somme des deux probabilités, diminuée de leur intersection pour ne pas la compter deux fois.

$P(T \cup L) = 0,03 + 0,08 - 0,01 = 0,10.$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0,100.$

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité d'obsolescence logicielle sachant que le smartphone est touché par l'obsolescence technique.

1. La probabilité conditionnelle recherchée est $P_T(L) = \dfrac{P(T \cap L)}{P(T)}$.
2. Donc $P_T(L) = \dfrac{0,01}{0,03} = \dfrac{1}{3}$, soit 0,333 au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) \approx 0,333.$

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est une épreuve indépendante, avec une probabilité constante de 0,045 d'obtenir un smartphone non réparable. La variable X compte le nombre de succès, c'est-à-dire de smartphones non réparables, au cours de 50 tirages assimilés à des tirages avec remise.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0,045).$

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous soient réparables.

Le lot est entièrement réparable lorsque $X = 0$. La probabilité correspondante est $P(X = 0) = (1 - 0,045)^{50} = 0,955^{50} \approx 0,100039$, soit 0,100 au millième.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0) \approx 0,100.$

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

On calcule chaque probabilité avec $P(X = i) = \binom{50}{i}(0,045)^i(0,955)^{50-i}$, puis on l'ajoute à la somme précédente. Valeurs arrondies au millième :

i	**0**	**1**	**2**	**3**
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Probabilités : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes cumulées : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, l'algorithme a additionné $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$ et $P(X = 3)$. La somme vaut environ 0,813 : c'est la probabilité qu'un lot contienne au plus 3 smartphones non réparables.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $S \approx 0,813$, soit environ 81,3 % des lots avec au plus 3 smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte du lot de smartphones.

Pour une loi binomiale, l'espérance vaut $E(X) = np$. Ici, $E(X) = 50 \times 0,045 = 2,25$. Sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen de smartphones non réparables par lot est donc 2,25.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(X) = 2,25$ smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Choisir la valeur approchée de h, arrondie au centième, telle que sous H_0 la fréquence F soit comprise entre 0,55 − h et 0,55 + h avec une probabilité de 0,95. Une seule réponse est exacte.

Pour une loi normale, l'intervalle central de probabilité 0,95 correspond à environ 1,96 écart-type de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1,96 \times 0,037 = 0,07252$, soit 0,07 au centième. C'est la réponse proposée correcte.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$h \approx 0,07$.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %, pour H_0 : p = 0,55 et H_1 : p ≠ 0,55.

La région d'acceptation est centrée sur 0,55 et de demi-largeur 0,07.

- Si la fréquence observée vérifie $0,48 \leq F \leq 0,62$, on ne rejette pas H_0.
- Sinon, on rejette H_0 au seuil de 5 %.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si $0,48 \leq F \leq 0,62$; la rejeter sinon.

Question 3°. À partir des réponses de 76 personnes sur les 180 interrogées, donner la conclusion du test.

La fréquence observée est $\frac{76}{180} \approx 0,422$. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de la région d'acceptation. La fréquence observée se trouve donc dans la région de rejet du test bilatéral.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 au seuil de 5 % : la proportion observée est inférieure à 55 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, code MATGRB1, durée deux heures et coefficient variable selon la spécialité. Elle étudie le départ d'un train à propulsion électromagnétique et l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées sont la résolution différentielle, l'étude de fonctions, l'intégration, les probabilités, la loi binomiale, l'algorithmique et le test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' − ay = 0, les solutions sont y(t) = ke^(at) ; une solution particulière permet de construire les solutions de l'équation complète.
- Lorsque f représente une distance, f'(t) donne la vitesse instantanée ; convertir les unités avant de comparer cette vitesse à une valeur cible.
- L'aire sous une fonction positive g entre a et b est l'intégrale de a à b de g(x) dx ; la symétrie permet de calculer l'aire totale.
- Pour X suivant B(n,p), P(X=i)=C(n,i)p^i(1−p)^(n−i) et E(X)=np ; pour un test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes d'acceptation.

Points de vigilance & attentes du jury

- Pour l'équation différentielle, vérifier le signe de l'exponentielle dans la solution homogène et appliquer la condition initiale à la solution générale.
- Relier le signe de f' aux variations et conserver des unités cohérentes pour les distances et les vitesses.
- Dans les probabilités conditionnelles, identifier l'événement conditionnant et vérifier les totaux du tableau d'effectifs.
- Pour le test, énoncer la règle de décision et utiliser la fréquence de l'échantillon, pas le nombre brut de réponses.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment choisir la loi binomiale pour le nombre de smartphones non réparables ?

Chaque smartphone correspond à une épreuve de Bernoulli, avec « non réparable » comme succès de probabilité 0,045. Le prélèvement de 50 est assimilé à des tirages avec remise : les épreuves sont indépendantes et la probabilité reste constante.

Q : Comment calculer l'aire hachurée de la pièce à partir du schéma ?

On calcule l'aire entre la droite supérieure et l'axe des abscisses, puis on retranche l'aire sous la courbe g sur [0,3]. La symétrie par rapport à l'axe des ordonnées permet de doubler l'aire obtenue d'un côté.

Q : Comment organiser les deux heures de l'épreuve ?

Les deux exercices valent chacun 10 points, et leurs trois parties peuvent être traitées indépendamment. Commencez par les questions maîtrisées, répartissez le temps entre calculs et justifications, puis vérifiez les unités et les arrondis.

Q : Que faut-il présenter pour conclure correctement le test d'hypothèse ?

Sous H_0, on compare la fréquence observée à l'intervalle d'acceptation construit au seuil de 5 %. Ici, 76 sur 180 donne environ 0,422, hors de l'intervalle autour de 0,55 : on rejette H_0.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsphoto.fr/assets/annales/bts-photographie/E2 - Mathématiques/2018/BTS Photographie - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

Ressources BTS Photographie : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.