Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

Proposition de Correction - BTS Mathématiques - SESSION 2019

Correction détaillée par exercice

Exercice 1 (10 points)

Partie A : Équation différentielle

1. On commence par résoudre l'équation différentielle : 20y' - 20,8y = 0. En réarrangeant, on obtient : y' = 1,04y. Cette équation différentielle est de la forme y' = ky, dont la solution générale est : y(t) = Ce^{kt}, avec k = 1,04. Donc, la solution générale est : y(t) = Ce^{1,04t}.
2. Pour déterminer la fonction f telle que f(0) = 10, on remplace t par 0 dans l'équation : f(0) = Ce^{0} = C = 10. Ainsi, la solution est : f(t) = 10e^{1,04t}.

Partie B : Modèle exponentiel

1. On effectue le changement de variable zi = ln(Ni) et on remplit le tableau :
    - z_0 = ln(10) ≈ 2,302
    - z_1 = ln(27) ≈ 3,296
    - z_2 = ln(78) ≈ 4,357
    - z_3 = ln(232) ≈ 5,447
    - z_4 = ln(650) ≈ 6,513
    - z_5 = ln(1800) ≈ 7,495
    - z_6 = ln(5100) ≈ 8,529
    - z_7 = ln(14100) ≈ 9,149
    - z_8 = ln(39000) ≈ 10,566
2. En utilisant la méthode des moindres carrés, on trouve que l'équation de la droite d'ajustement est : z = 1,04t + 2,302. Donc, a ≈ 1,04 et b ≈ 2,302.
3. En exprimant N(t) en fonction de t, on a : N(t) = e^{(1,04t + 2,302)} = 10e^{1,04t}.
4. Pour estimer le temps de génération G, on résout : N(G) = 2N(0), soit : 10e^{1,04G} = 20 donc : e^{1,04G} = 2 et par conséquent : 1,04G = ln(2) \Rightarrow G ≈ \frac{ln(2)}{1,04} \approx 0,667 \text{ heures} \approx 40 \text{ minutes}.
5. La limite de N(t) en lim_{t \to +∞} N(t) = +∞.

Partie C : Modèle logistique

1. Pour étudier les variations de M(t), on calcule M'(t). La fonction est croissante sur M(t) en lim_{t \to +∞} M(t) = 13500.
2. b. Le modèle logistique est plus vraisemblable car il prend en compte la saturation des ressources.
3. Pour que M(t) > 10000, on résout : t ≈ 3,5
4. La vitesse de prolifération est maximale lorsque M'(t) est maximale. En étudiant M''(t), on trouve que la réponse est t = 7 h.

Exercice 2 (10 points)

Partie A : Eau de source et eau minérale naturelle

1. On calcule : P(M) = \frac{37000}{126000} \approx 0,2937 et P(S) = \frac{89000}{126000} \approx 0,7063.

2. En utilisant un arbre pondéré, on trouve : $P(N) = P(N|M)P(M) + P(N|S)P(S) = 0,12 \times 0,2937 + 0,08 \times 0,7063 \approx 0,0943$.
3. Pour calculer $P(M|N)$, on utilise la formule de Bayes : $P(M|N) = \frac{P(N|M)P(M)}{P(N)} \approx \frac{0,12 \times 0,2937}{0,0943} \approx 0,372$.

Partie B : Étude du nitrate présent dans l'eau

1. En calculant la moyenne et l'écart type, on obtient : $\bar{x} \approx 4,5$ et $s' \approx 0,1$.
2. En vérifiant, on trouve que $s = 0,0976$ est un bon estimateur.
3. a. La variable aléatoire $\bar{X}$ suit la loi normale.
4. b. Pour $P(4,5 - a \leq \bar{X} \leq 4,5 + a) \approx 0,95$, on trouve que $a \approx 0,2$.
5. c. La règle de décision est : rejeter H0 si $[4,5 - a; 4,5 + a]$.
6. d. D'après les résultats, on ne peut pas accepter H0.

Partie C : Distribution

1. Le biologiste a tort, car la probabilité est en réalité plus élevée.
2. Les paramètres de la loi binomiale sont $n = 540$ et $p \approx 0,975$.

Conseils

- Relisez bien les énoncés pour comprendre les questions posées.
- Utilisez des calculatrices pour effectuer des calculs précis.
- Pour les équations différentielles, n'oubliez pas de vérifier les conditions initiales.
- Pour les tests statistiques, assurez-vous de bien comprendre les hypothèses nulles et alternatives.
- En cas de doute, n'hésitez pas à faire des schémas pour visualiser les problèmes.

© FormaV EI. Tous droits réservés. — Propriété exclusive de FormaV.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.